

*Loendamine ja arvutamine on peas
valitseva korra alus.*

25 Taskuarvuti siia!

Klaas maksab 28 krooni, ütles müüjanna, aga kui osta tosin, saab 25 protsenti soodustust. „Nii et klaasi hinnaks jääb siis 21 krooni,“ märkisin, mille peale noor daam mind hämmeldunult vaatas ja ütles: „Jah, umbes sinnakanti see jääb.“ Siis sammus ta leti juurde, haaras taskuarvuti, tippis sisse 28, jagas 100-ga, korrutas 25-ga ja ütles peaaegu üllatunult: „Soodustus on seitse krooni, jah, teil on õigus, siis teeb see 21 krooni.“

Traditsioonilise arvutamisoskuse päevad on läbi ning selle asemel on matemaatika. Kui kogunud õpetaja kurdab käsi ringutades õpilaste puuduliku või peaaegu olematu arvutamisoskuse üle, võime seega uhkelt kosta: „Tõsi, arvutada nad ei oska, aga selle eest oskavad mõtelda.“

Minus tekitab alati pahameelt, kui arvatakse, et arvutamisoskusel pole mõtlemisega midagi pistmist. Tuleb meelde viienda klassi õpilane, kel oli suuri raskusi meelespidamisega ja kes kord seitset kaheksaga korrutades jälle toppama jäi. Ta tuli olukorrast välja järgmiselt: „Proovin võtta kaheksa korda kaheksa, mis on sama palju kui neli korda kuusteist ja see sama palju kui kaks korda kolmkümmend kaks, niisiis kuuskümmend neli. Nüüd veel kaheksa maha arvata, nii et viiskümmend kuus.“ Ma ei taipa, kas see siis ei olegi mõtlemine.

Elmise sajandi kuuekümnendate aastate lõpus sai arvutamisoskuste õpetamine suure kriitika osaliseks ning õppekavad ja õppevahendid kohandati uute vooludega. Lauskriitika vallandumise põhjusena nimetatakse sageli „sputniku šokki“, mis vaevas ameeriklasi 1957. aastal – nad olid sunnitud konstateerima, et venelased ületasid neid teaduslik-tehnilises plaanis silmnähtavalt.

Traditsiooniline arvutamisoskuse õpetus koos tugeva rõhuga aritmeetikale seati tookord kahtluse alla kolme järgmise põhiargumendiga.

Esiteks heideti arvutamisoskusele ette, et too *piirab mõtlemist* kindlaksmääratud radadega ja takistab tõelise matemaatilise mõtlemise tekkimist. Viimane olevat *paindlik, üldistav* ja *loov* ning keskendumine arvusüsteemile ja selle põhitehete harjutamisele pärssivat selle arengut. Tähtis olevat õpetada lapsi käsitlema abstrakteid hulki ja loogilisi seoseid. Nii kuulutati kogu matemaatika ja matemaatikaõpetuse aluseks hulgateooria, mis oli seni olnud ülikoolis õpetatava kõrgema

matemaatika osa. Harjutusmaterjalina arendas ameerika professor Dienes¹ välja eri värvi ning eri kuju ja suurusega „loogilised klotsid“.

Teine etteheide oli, et arvutamisoõpetus seob aritmeetika *kümnendsüsteemiga*. See aga olevat ainult üks võimalus paljudest ning matemaatilisest seisukohast vaadelduna valitud täiesti juhuslikult. Vajadust kahelda kümnendsüsteemis tõestati kahendsüsteemi kasutamiselega arvutitehnikas.

Kolmandaks paisati peaaegu samal ajal turule esimesed *elektroonilised taskuarvutid*. Nii tundus, et moodsal inimesel polegi enam tarvis arvutamist osata, sest masinad saavad sellega kiiremini ja kindlamalt hakkama. Matemaatikatunni ülesanne väideti olevat lahenduskäikude väljatöötamine, arvutustööd aga võivat rahulikult jätta masina hooleks. Põhjendus võeti omaks kohati isegi maades, kus arvutamisoõpetuse kvaliteet polnud võrreldav Ameerika riigikoolide omaga. Seetõttu sean kõik kolm argumenti psühholoogilisest ja pedagoogilisest seisukohast kahtluse alla.

Esiteks tugineb mõtlemine – et see saaks üldse olla loov – *rutiinse mõtlemise* funktsioneerimisele. Oskust loogilise järelduseni jõuda tuleb kõigepealt õppida. Kui õpilased varieerivad seda tuhandeid arvutamisülesandeid lahendades, ei kammitse me mõtlemist, vaid loome eeldused tulevaste keeruliste mõtteprotsesside lihtsustamiseks ja ka nende võimaldamiseks. Matemaatikas seisnevad põhilised mõtlemisrutiinid kõigepealt arvumõistete ja põhioperatsioonidega ümberkäimises. Loomulikult kuuluvad selle juurde needki elementaarsed hulkadevahelised seosed, mida saab demonstreerida loogiliste klotsidega. Aga väide, et ainult eelkirjeldatud abstraktse protsessi kaudu leiab laps tee konkreetsete aritmeetiliste probleemilahendusteni, on kindlasti vale.

Teiseks pole kümnendsüsteem psühholoogiliselt vaadatuna hoopiski juhuslik valik, vaid tuleneb kümnest sõrmest. Toetumine kogemuslikule alusele on pedagoogiliselt ja psühholoogiliselt tõepoolest elementaarne. Abstraktne on ankurdatud oma isiklikus kehas. Peale selle tugineb kõigi muude süsteemide mõistmine kümnendsüsteemi kohta käivatele ettekujutustele ja keeletavadele. Laps vajab kõigepealt sisemist mõõtkava, et üleüldse mõnda teise arvusüsteemi sisenemisega hakkama saada. Lisaks peab õppiv laps omandama igal alal kõigepealt pidepunktid, millest lähtudes oleks võimalik oma teadmisi ja oskusi avardada. Eriti käib see vähemandekate õpilaste kohta. Vastasel juhul kasvatame kaotajaid.

Kolmandaks ei saa taskuarvuti asendada peast arvutamist, st arvväärtuste mõtestatud käsitlemist, sest ilma arvude selge ettekujutamiseta ei saa mehhaaniliselt saadud numbrijadasid arvude ja väärtustena interpreteerida. Peale selle

¹ Zoltan Paul Dienes (sünd 1916) – Ungari päritolu matemaatik. – Tlk.

pakub igapäevaelu palju arvutamisesandeid, millega toimetulemiseks ei saa pidevalt arvutit haarata. Ja lõpuks, päris üldiselt – Pestalozzi mõttes – arendab peast arvutamine võimeid: kujutlusjõudu, võimet salvestada lühiajaliselt abstraktset teavet, võimet abstraktseid väärtusi sisemiselt käsitleda, keskendumisvõimet. Hariduses pole tähtis võimalikult ruttu saadud tulemus, vaid mõtlemisprotsess, sest mõtlemisvõime saab areneda ainult mõtlemise kaudu.

Viimastel aastakümnetel on kuuekümnendate ja seitsmekümnendate aastate ideoloogilised seisukohad aegamööda taandunud. Minu hinnangul on säilinud kolm relikti, mis kannavad kaassüüd meie koolilõpetajate ebapiisaval aritmeetikaoskuse eest.

Ristkorrutamise alaväärtustamine. Niinimetatud uue matemaatika eest võitlejatele oli ristkorrutamise likvideerimine peaaegu usu- või moraaliküsimus. Seda ei kasutatavat enam tänapäeval, väidetavalt käsitletakse neid probleeme nüüd proportsioonidena. Korrutamine ja jagamine jäävad sellegipoolest vastuse väljaarvutamisel ka seal alles. Aga keelelise osa kõrvaldamine matemaatikast ei ole laste huvides ning eriti rängalt mõjub see nõrgematele õpilastele. Keeleliselt peaks olema väljendatav kõik, mida sellel astmel matemaatiliselt mõeldakse. Siis juurdub mõtlemine selgesse ettekujutusse. Selgelt kirjapandud ristkorrutamine, milles on korrektselt esitatud ka ühikud, kujutab endast korrektse loogilise mõttekäigu astmestikku.

Jagamisel mõõtmise ja osadeks jagamise eristamise kaotamine. See võib sobida matemaatikule, kes mõtlebki veel ainult abstraktselt ega mõtle korrutamisel ei tegurite tähenduse ega „korda“-operaatoriga midagi konkreetset. Aga õpilasele, kes kõigepealt peab mõistma, kuidas kõik toimub, mõjub selline kokkusegamine ja eristamatus mürgina. Iga arvutamistehe ja operaator peaksid põhinema eelkõige meelelisel, füüsilisel mõistetaval, siis näitlikustamist võimaldaval *tegevusel*. Paremagi tahtmise juures ei ole üks ja seesama, kas jagan näiteks kolme meetri pikkuse vahemaa 60 võrdseks osaks või kas selgitan välja, kui tihti sisaldub kolmes meetris 60 cm pikkune lõik. Sellised täiesti ilmsed asjaolud nõuavad vastavust matemaatilisel kujul ning ka keelelises sõnastuses: esimesel juhul jagatakse, teisel juhul mõõdetakse. Jagamisoperaatoril on niisiis kaks loogiliselt ja keeleliselt selgelt eristatavat tähendust.

Samuti peab olema tegevuses ja meelelises ettekujutuses väljatoodav tähendus korrutamisoperaatoril. Seda saab teha ainult esimese teguri kaudu, mis alati arvu ette annab. Kui laual lebavad seitse joonlauda, igaüks 30 cm pikkune, siis kordub ühik (alati teine tegur) seitse korda. Kommutatiivsuse seadus või mitte – algajale arvutajale, kes peaks mõtlemise siduma tegevuse ja ettekujutusega ning peaks sellise seose tekitamiseks ka *võimeline* olema, on sellist problee-

miasetust silmas pidades „kolmkümmend korda seitse sentimeetrit“ täiesti vale, kuigi annab õige vastuse.

Õpilane peaks ka õppima ära tundma, et jagamisel tehakse vastupidiseks reaalselt saadud või mõeldav korrutamise. Seal on oluline, et kui teen jagajaks *esimese* teguri (arvu), siis ma *jagan*, ning tulemus on ühik. Kui teen seevastu jagajaks *teise* teguri (ühiku), siis mõõdan, ning tulemus on arv. Oskamatus mõõtmisel ja jagamisel vahet teha ei ole kindlasti viinud matemaatilise mõtlemiseni, vaid arvudega ebaselge, kujutlusega seostamata ümberkäimiseni. Kannatavad siin lapsed, eriti nõrgemad, kes on konkreetsest tegevusest ja kujutluspildist iseäranis sõltuvad.

Aritmeetika, peastarvutamise ja automatiseerimise üldine alahindamine. See on matemaatika aine- ja harjutusala laienemise ning variandirikkamaks muutmise tagajärg. See teeb matemaatikatunni eriti andekamatele õpilastele kahtlemata vaheldusrikkamaks. Kahjuks jääb aga selle juures elementaarsete oskuste harjutamiseks lihtsalt liiga vähe aega. Seepärast tuleks küsida, kas vähem ei ole võib-olla rohkem.

Aritmeetika põhitõdede õpetamisel on mul väga häid kogemusi Cuisenaire'i² meetodiga. See ei lähene arvutamisele *sünteesiliselt*, vaid *analüütiliselt*. Lähtekoht ei ole parajasti konkreetne küsimusepüstitus nagu näiteks „kui palju on kuus korda seitse“, vaid järeldus, mida *kõike* neljakümne kahest saab. Keskmis asub arvuvaatlus. Sünteesiline lähenemine võimaldab ülesandele saada ainult *ühe* lahendi. Analüütilisel lähenemisel on ülesande lahend seevastu *täiesti avatud*. See peaaegu kaotab õpilase vabaduse ja loovuse piirid ja suurendab õppemotivatsiooni. Toime tulevad ka erineva andekusega lapsed, sest õpilasi arendatakse *vastavalt igaiühe võimetele*.

Tegelikult ei tahaks ma meie kooli kritiseerijale öelda: „Jah, nad ei oska arvutada, aga selle eest oskavad mõelda,“ nagu alguses mainisin. Mulle meeldiks rohkem: „Et nad on mõtlema õppinud, siis oskavad nad ka arvutada.“

² Georges Cuisenaire (1891–1976) – Belgia kooliõpetaja, kes kasutas matemaatika õpetamisel arvude ja arvutamise ilmestamiseks eri pikkust ja värvi pulgakesi. – Tlk.